

## La màgia dels nombres

per Jaume Puigbò

La noció de nombre ha anat evolucionant i s'ha anat sofisticant al llarg del temps. Encara avui en dia, la teoria dels nombres conserva uns misteris inextricables.

*Jaume Puigbò i Vila (Barcelona, 1947) és llicenciat en matemàtiques per la Universitat de Barcelona. Actualment és catedratic d'institut i membre del Consell de Redacció de (ciència).*

Els dos conceptes més fonamentals de la matemàtica potser són el de nombre i el d'espai. Del primer es deriven l'aritmètica, el càlcul infinitesimal i una part molt àmplia de la matemàtica anomenada **anàlisi**. Del segon han sorgit la **geometria** i, modernament, la **topologia** amb les seves infinites branques, entre les quals destacarem la **topologia diferencial**.

Ambdós conceptes estan estretament relacionats tal com el mateix mot geometria indica: l'estudi de l'espai que ens envolta i del nostre planeta en particular ha de ser, almenys en part, quantitatiu, mesurant, al nivell més elemental, distàncies i angles. Per altra banda, des de Descartes i Fermat la geometria pot ésser aritmetitzada.

Els grecs ho havien fet al revés: havien geometritzat l'aritmètica. Així, no admetien productes de quatre o més factors ja que per ells només tenien significat els de dos, que representaven una àrea, i els de tres, que representaven un volum. I si es van veure abocats, ben a desgrat seu, a introduir els nombres incommensurables (avui en diríem irracionals) va ésser per un problema estrictament geomètric: van descobrir que la diagonal del quadrat era incommensurable amb el costat.

Un cas a part el constituïen els pitagòrics, que afirmaven que "totes les coses són nombres" i estudiaven nombres que corresponien a formes geomètriques: els triangulars, els quadrats, els pentagonalos. L'equivalent de l'asseveració pitagòrica, que segurament seria subscrit per la major part dels matemàtics actuals seria: "totes les coses són estructures". Fins i tot,

molt recentment, els matemàtics han descobert que es pot trobar ordre en el caos.

Tornant als pitagòrics, ells van donar nom a les ternes de nombres enters que com 3, 4 i 5 són solucions de l'equació  $x^2 + y^2 = z^2$ . En una famosa *boutade* Pierre de Fermat, matemàtic francès del segle XVII, va enunciar l'anomenat **darrer teorema de Fermat**: "L'equació  $x^n + y^n = z^n$  no té solucions enters per a  $n > 2$ ". Segons ell, la demostració no era gaire difícil, però li quedava poc paper i l'ometia.

Avui, tres segles més tard, si algun matemàtic fos capaç de provar la conjectura de Fermat (per a tot  $n$ , ja que se n'han obtingut resultats parcials) seria catapultat immediatament a la fama i el seu nom seria immortalitzat.

No fa gaire, Gerd Faltings, un matemàtic alemany de 29 anys ha fet un pas de gegant en aquesta direcció, demostrant el teorema de Mordell (vegeu "ciència" núm. 34/35).

El concepte de nombre ha anat evolucionant des de la noció de nombre natural (1, 2, 3, 4, ...) al de complex i més enllà (quaternions, cardinals, transfinits, etc...). Kronecker ja havia dit que "Déu va crear els nombres naturals, els matemàtics han fet la resta" (es referia a les matemàtiques).

Com ja hem exposat, els grecs es van veure forçats a introduir els nombres irracionals entre els quals es troben els transcendents. El problema conegut de la quadratura del cercle va quedar definitivament tancat quan Lindemann va provar (1882) que  $\pi$  era transcendent, un altre exemple d'inte-

rrelació entre geometria i aritmètica.

Els nombres imaginaris ( $i = \sqrt{-1}$ ) es van començar a usar quan, en l'època del Renaixement, Florià del Ferro va resoldre l'equació de tercer grau. Es donava el cas que per trobar les arrels de l'equació de tercer grau els càlculs parcials involucraren nombres imaginaris.

Un altre nombre destacat, el nombre  $e$ , intervé en diversos límits i en la solució malthusiana de l'equació diferencial  $y' = Ky$ . És un fet curiós que els cinc nombres més famosos de les matemàtiques 0, 1,  $\pi$ ,  $e$ ,  $i$ , estan lligats per una fórmula molt senzilla  $e^{i\pi} + 1 = 0$ .

Però tornem als nombres **par excellence**, els creats per Déu, segons Kronecker. Aquests són estudiats en una de les branques més fascinants i difícils de les matemàtiques, la teoria de nombres. Algunes de les asseveracions d'aquesta teoria són realment sorprenents, com el teorema dels nombres primers o la que ens dona la mitjana del nombre de divisors que tenen els nombres d'una determinada magnitud (un nombre de l'ordre de  $10^7$  té típicament 3 divisors). Altres d'igualment belles resten obertes: la conjectura de Goldbach; la de la infinitat de primers bessons, la de Catalan (matemàtic francès que devia tenir alguna vinculació amb Catalunya).

Segons Feynman, en un futur no gaire llunyà les lleis de la física estaran descobertes en un 99% i només quedaran les lleis que s'aniran descobrint a mesura que s'augmenti la potència dels ciclotrons. Els matemàtics, l'objecte d'estudi dels quals és un univers



Fig. 1

Eugène Catalan qui va enunciar la famosa conjectura  $8(=2^3)$  i  $9(=3^2)$ . Són els únics enters positius consecutius que són potències d'enters positius menors que ells.

infinit, no poden ésser tan optimistes, sobretot després de Gödel, o pessimistes, segons com es miri, ja que gràcies a això la civilització més avançada que hagi pogut ésser creada des del *Big Bang*, té i tindrà sempre un motiu per donar sentit a la seva existència: aprendre quelcom de nou cada dia i meravellar-se pel misteri de les

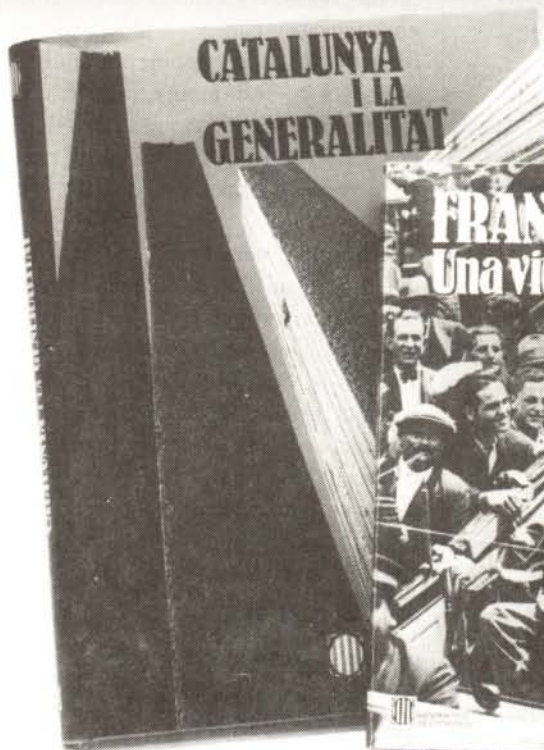
coses, una tasca que tots, en algun moment de la nostra infància, hem realitzat, però que la lluita per la supervivència ens ha fet oblidar.

Si, com diu John Naisbitt en un dels llibres de moda als EUA, "Megatrends", estem a punt d'entrar (malgrat els signes contradictoris que veiem al nostre entorn) en una econo-

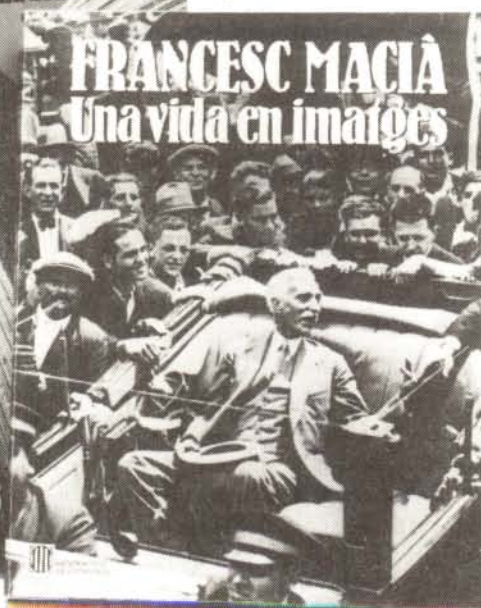
mia en la qual la principal activitat ja no serà la indústria sinó la creació i distribució d'informació, potser podrem retrobar aviat aquella tasca tan gratificant dels nostres primers anys.

J. Puigbò

## DUES NOVETATS EN HOMENATGE DEL PRESIDENT MACIÀ EN OCASIÓ DEL 50è ANIVERSARI DE LA SEVA MORT



En venda a les llibreries



### Francesc Macià. Una vida en imatges

Introducció i notes: Enric Ucelay Da Cal  
Barcelona 1984  
200 pàgines; 21 x 26 cms.; 250 fotografies

Un recull de material gràfic del President Macià, en bona part inèdit, introduït i comentat dins del context històric nacional i internacional. Conjuminació de la imatge amb l'anàlisi històrica, que trenca esquemes simplificadors de la història de la Catalunya moderna i revela fets i facetes poc coneguts del restaurador de la Generalitat.

### Catalunya i la Generalitat al llarg de la nostra història

J. Culla, J. M. Benaul, C. Mir, C. Molinero, I. E. Pitarch, S. Riera, J. M. Roig, J. Villarroja, P. Ysàs.

Barcelona 1983  
272 pàgines; 24 x 31,5 cms.; 129 il·lustracions en color i 147 el blanc i negre.  
Edicions en català i castellà.

Història il·lustrada de la nostra collectivitat i de les nostres institucions des del s. XIII fins avui: la formació d'un estat propi, les vicissituds històriques, econòmiques i culturals, els moviments socials i polítics, la República, la guerra civil, la resistència i la recuperació nacional i institucional.



GENERALITAT DE CATALUNYA  
Servei Central de Publicacions  
Departament de la Presidència